

ガス濃度測定機器の応答性を考慮した濃度真値の推定方法に関する研究 (その2) 真値推定における誤差原因の検討

Estimation Method of True Concentration with consideration of the Responsiveness of Gas Concentration Meter (Part2) Cause of Error in Estimation of True Value

学生会員 ○寺本 大智 (大阪大学) 技術フェロー 山中 俊夫 (大阪大学) 正会員 小林 知広 (大阪大学)

Daichi TERAMOTO^{*1} Toshio YAMANAKA^{*1} Tomohiro KOBAYASHI^{*1}

^{*1} Osaka University

In the previous study, the formula of convolution integrating showing the responsiveness of measuring instrument was developed, and true concentration was estimated from measurement concentration. As a result, it was not possible to estimate a proper true value. Therefore, we investigated the cause of the error in this study. The noise included in the measurement concentration was removed by the moving average method, Fourier analysis and propinquity, and true concentration was estimated, but it did not well. Furthermore, it is found that when a part of measurement concentration value, which can be estimated true concentration, is changed, it becomes difficult to estimate true concentration.

はじめに

既報¹⁾では、実験的手法によりガス濃度測定機器の応答関数を導出した。そして、機器の応答性を示す畳み込み積分の式を発展させ、測定機器から得られるデータ(以下、濃度測定値)から測定機器に入力される値(以下、濃度真値)の推定方法の提案を行った。その結果、任意に設定した理論値を用いて行った濃度真値の推定により、推定には計算精度が重要になることが示された。また、実験値を用いた濃度真値の推定においては妥当な推定が行えなかった。そこで本報では、より計算精度の高い手法により濃度真値の推定を行った。さらに、濃度測定値として様々な条件を設定し、妥当な推定ができない原因の追及を行った。

1. 濃度測定値及び濃度真値の推定手法

一般に、測定機器の単位応答関数を $R(t)$ 、濃度真値を $C(t)$ 、応答の時間遅れを τ とすると、時刻 t における濃度測定値 $C_m(t)$ は式 (1) で表される。

$$C_m(t) = \int_0^\infty C(t-\tau)R(\tau)d\tau \quad (1)$$

式 (1) を行列の式に変形すると式 (2) で表される。

$$[C_m] = \Delta t [R][C] \quad (2)$$

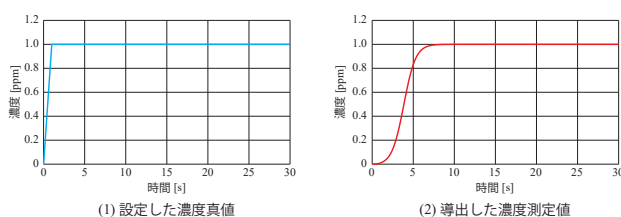


図2 濃度真値と濃度測定値

さらに、式 (2) より濃度真値 $[C]$ を求めることができる。

$$[C] = \frac{1}{\Delta t} [R]^{-1} [C_m] \quad (3)$$

この式変形の詳細は既報¹⁾を参照されたい。本報では、式 (2) 及び式 (3) を用いて濃度測定値及び濃度真値の推定を行っていく。なお、式中の Δt は対象の測定機器のサンプリング間隔を示し、本報では 0.05[s] である。また、単位応答関数 $R(t)$ は既報¹⁾と同様のものを使用している。使用した単位応答関数を図1に示す。

2. 高精度計算による濃度真値の推定

本研究では、濃度測定値及び濃度真値の推定に数式処理ソフト Maple (株式会社 Waterloo Maple) を使用した。本章では、任意に設定した濃度真値から濃度測定値を導出し、導出した濃度測定値を濃度真値に戻すことで、計算精度が真値推定に及ぼす影響について検討を行った。

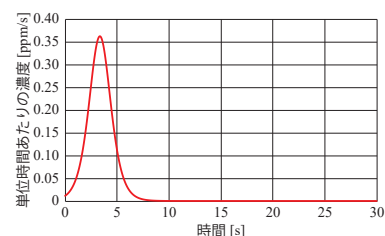


図1 測定機器の単位応答関数

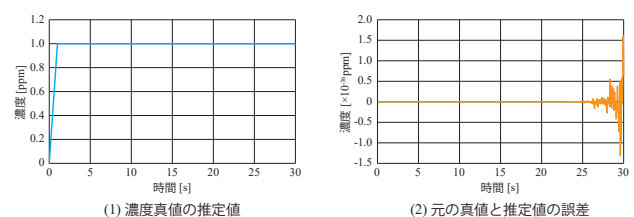


図3 推定した濃度真値

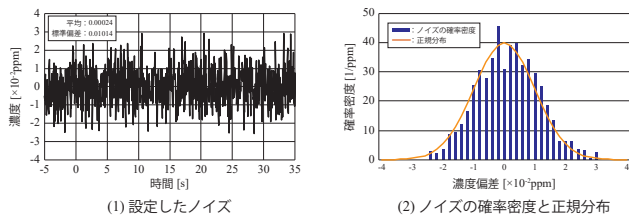


図 4 設定したノイズ

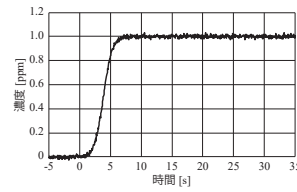


図 5 ノイズのある濃度測定値

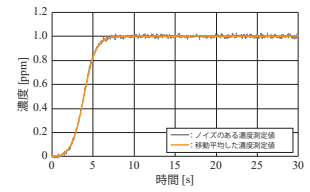


図 7 移動平均の結果

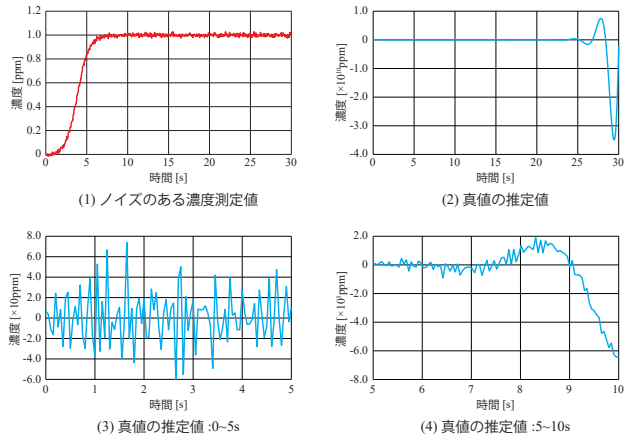


図 6 濃度真値の推定 (ノイズのある濃度測定値)

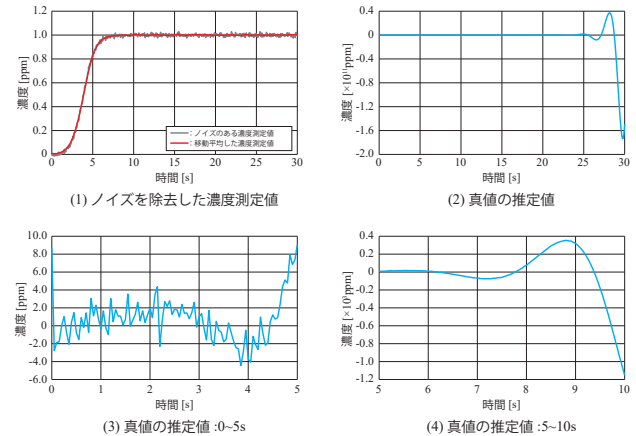


図 8 濃度真値の推定 (単純移動平均法 / バンド幅 1.0 秒)

2.1 濃度測定値の導出

任意の濃度真値として、既報¹⁾のランプ関数 (傾き $a=1$) を用いた。Maple での計算時の有効数字を 50 桁とし、式 (2) より導出した濃度測定値を図 2 に示す。

2.2 濃度真値の推定

式 (3) により、導出した濃度測定値を元の濃度真値に戻した結果を図 3 に示す。図 3 に示す誤差は、設定した濃度真値と推定した濃度真値の差である。既報¹⁾の結果と比較すると、濃度真値の推定値はかなり精度よく元に戻っている。ゆえに、以降の計算は有効数字 50 桁で行う。

3. ノイズが真値推定に及ぼす影響

既報¹⁾における実験値の濃度測定値の濃度真値の推定が妥当に行えなかったのは、濃度測定値に含まれるノイズが原因と考えられる。そこで本章では、2 章で導出した濃度測定値に人為的にノイズを発生させ、そのノイズを除去することで濃度真値の推定が行えるかを検討した。

3.1 設定したノイズ

本研究では、発生させるノイズとして正規乱数を選択した。正規乱数とは正規分布に従う乱数のことで、今回は Excel(Microsoft) を使用して正規乱数を発生させた。作成したノイズ及びノイズの確率密度と正規分布の関係を図 4 に示す。なお後の検討のため、-5~35s の範囲でグラフを作成した。濃度測定値に対して妥当な大きさのノイズとするために、平均が 0、標準偏差が 0.01 の正規乱数を設定し、本研究におけるノイズとした。このノイズを図 2 に示す濃度測定値に足した。これを図 5 に示す。このとき、濃度測定値の -5~-0.05s の範囲には 0 を、30.05~35s の範囲

には 1 を付け足し、濃度測定値にノイズを発生させた。

3.2 濃度真値の推定

図 5 に示すノイズのある濃度測定値に対して、式 (3) より濃度真値の推定を行った。結果を図 6 に示す。

3.3 単純移動平均法によるノイズ除去

対象点の前後にバンド幅を設定し、その領域内の値を平均し対象点の値とする手法である。本報では、バンド幅 1.0s (前後 0.5s ずつ) で移動平均を行ったものについて 0~30s の範囲の結果を図 7 に示す。

3.4 濃度真値の推定 (単純移動平均法)

図 7 に示す移動平均によりノイズを除去した濃度測定値に対して、式 (3) より濃度真値の推定を行った。結果を図 8 に示す。図 6 と比較して、0~5s の範囲で濃度の幅が小さくなったものの、単純移動平均法では妥当な真値の推定は行えなかった。

3.5 フーリエ解析によるノイズ除去

ノイズ除去の方法として、フーリエ解析²⁾により時間領域を周波数領域に変換し、任意の周波数成分を取り除く方法がある。本研究では、Excel のデータ分析ツールを用いてフーリエ解析を行った。以下に手順を示す。

- ① Excel のフーリエ解析は高速フーリエ変換であるため、データを 2^n 個用意する。足りない場合、データ数が 2^n 個になるように後ろに 0 を付け足す。

- ② 式 (4) により周波数 f_k を求める。

$$f_k = \frac{k}{N\Delta t} \quad (4)$$

N: データ数
 Δt : データの時間間隔
 k: 0,1,2,...,N/2

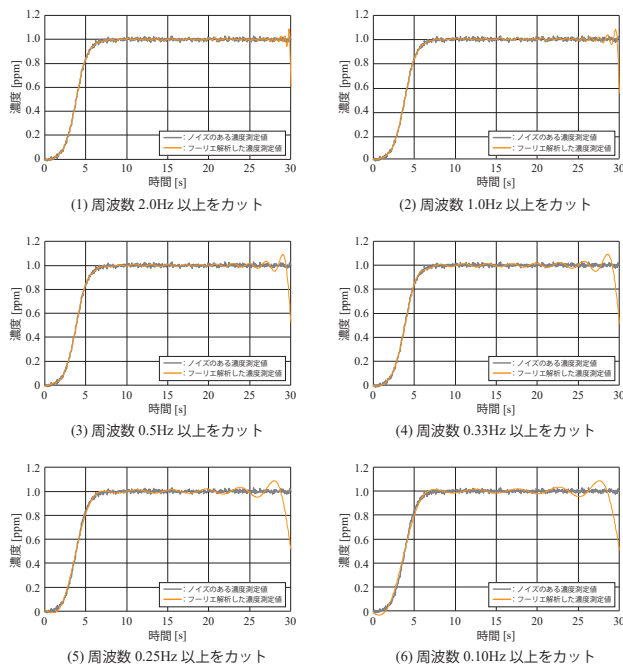


図9 フーリエ解析によるノイズ除去

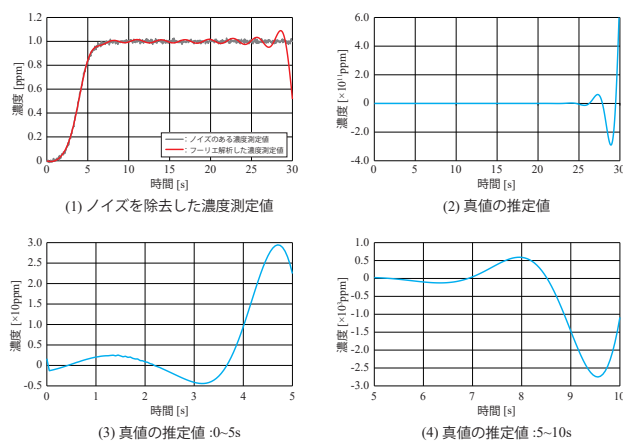


図10 濃度真値の推定（フーリエ解析 / 0.33Hz 以上カット）

- ③分析ツールによりフーリエ解析を行う。フーリエ変換されたものは複素数で出力される。
- ④③を実数部と虚数部に分ける。
- ⑤カットする周波数を設定し、その周波数より大きいものに該当する④の実数部と虚数部の値を0にする。これによりノイズの除去ができる。
- ⑥⑤の新しく作成した実数部と虚数部を用いて複素数を作成する。
- ⑦分析ツールで⑥に対して逆フーリエ変換を行う。

これにより、周期 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0[s] 以下、すなわち周波数 2.0, 1.0, 0.5, 0.33, 0.25, 0.20[Hz] 以上の成分をカットし、ノイズ除去を行った結果を図9に示す。

3.6 濃度真値の推定（フーリエ解析）

図9に示す周波数 0.33Hz 以上の成分をカットしノイズを除去した濃度測定値に対して、式(3)より濃度真値の推定を行った。結果を図10に示す。図10より、フーリエ解析でも妥当な真値の推定が行えなかった。カットする周波数

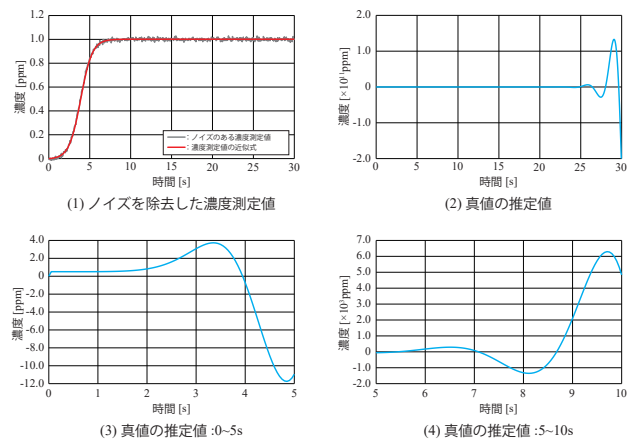


図11 濃度真値の推定（近似式）

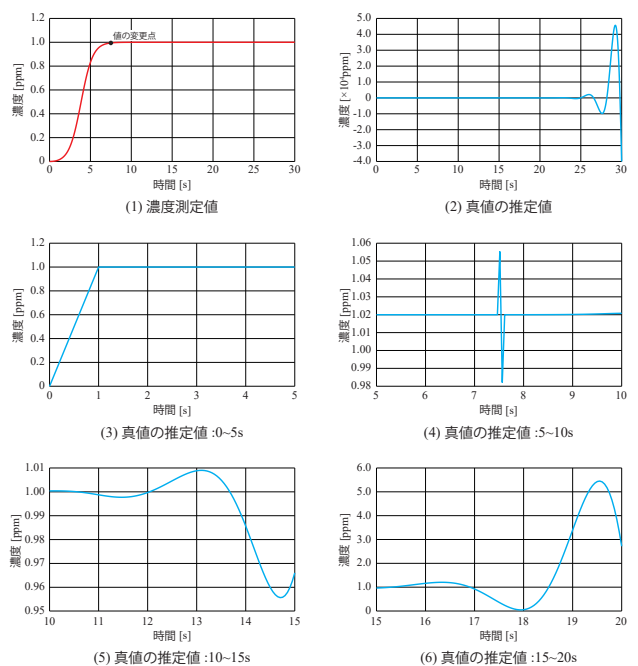


図12 濃度測定値の時刻 7.5s の値を変化

成分を変更しても同様の結果が得られた。

3.7 近似式によるノイズ除去

既報¹⁾において実験値から単位応答関数を導出する際、 $\tanh x$ のグラフを基にして実験値の濃度測定値の近似式を作成した。本報でも同様の手法により、図5に示すノイズのある濃度測定値の近似式を作成しノイズの除去を行った。

3.8 濃度真値の推定（近似式）

近似式によりノイズを除去した濃度測定値に対して、式(3)より濃度真値の推定を行った。近似式と真値の推定結果を図11に示す。0~2s の範囲で値を見ると妥当な真値の推定ができていているように見えるが、図2に示す元の濃度真値と比較すると、応答の速度が速くなっている。

4. 濃度測定値の値が真値推定に及ぼす影響

これまでの検討で妥当な真値推定が行えなかった原因として、行列の計算上の性質が影響を与えていると考えられる。そこで、図2に示す濃度測定値の一部の値を変更した

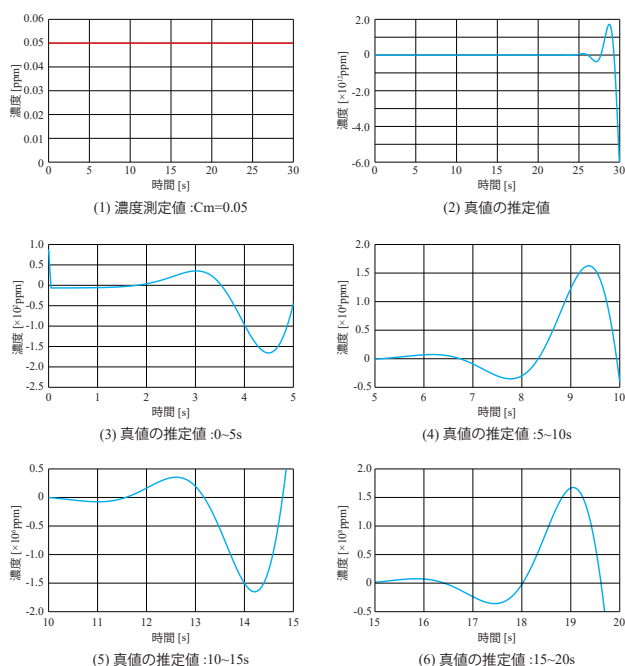


図 13 $[R]^{-1}$ の影響

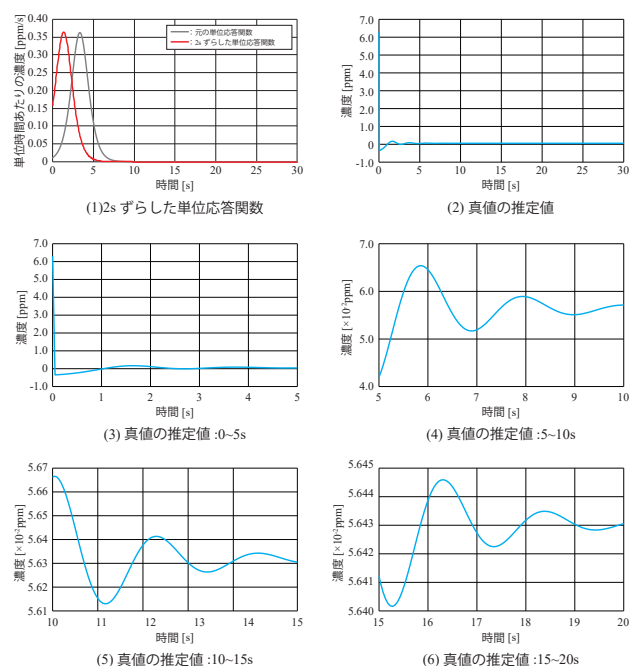


図 14 ずらした応答関数と $[R]^{-1}$ の影響

ときに、どれほどの精度で真値の推定が行えるかを検討した。導出した濃度測定値の時刻 t における濃度 C_m を別の値 C_m' に変更することを ($tC_m \rightarrow C_m'$) と表記することとする。本研究では (7.5, 0.994403 $\rightarrow$ 0.004413) で検討した。これは元の値に 0.00001 を足しており、0.001% 増加している。結果を図 12 に示す。図 12 より、値がわずかでも変わると、値を変えた時刻周辺までは妥当な真値の推定が行えるが、それ以降は困難になることがわかる。

5. 応答関数が真値推定に及ぼす影響

本章では、単位応答関数の逆行列 $[R]^{-1}$ が真値推定にどのような影響を与えているのかを検討する。はじめに式 (2) を式 (5) のように表記する。

$$\begin{bmatrix} C_{m0} \\ C_{m1} \\ C_{m2} \\ \vdots \\ C_{m600} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} R_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ R_1 & R_0 & 0 & \cdots & 0 \\ R_2 & R_1 & R_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{600} & R_{599} & R_{598} & \cdots & R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{600} \end{bmatrix} \quad (5)$$

このとき、式 (3) は式 (6) のようになる。

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{600} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{1}{R_0} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{R_1}{R_0^2} & \frac{1}{R_0} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{R_2}{R_0^2} & \frac{R_1}{R_0^2} & -\frac{R_0}{R_0^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{600} & r_{599} & r_{598} & \cdots & \frac{1}{R_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{m0} \\ C_{m1} \\ C_{m2} \\ \vdots \\ C_{m600} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式 (6) において、値が全て Δt (本報では $\Delta t=0.05$) である濃度測定値 $[C_m]$ を設定する。これにより推定した濃度真値が $[R]^{-1}$ の影響のみを受けているグラフを作成した。これを図 13 に示す。図 13 より、時刻 0s において推定した濃度真値の値が大きくなっている。式 (6) より、これは単位応

答関数 R の時刻 0s における値 R_0 の影響である。また値が大きく振動していることがわかる。これにより、これまでの検討において推定した濃度真値が正負の値をとるように振動し、時間が経過すると共に異常に大きな値をとる原因が、単位応答関数の逆行列 $[R]^{-1}$ の影響であるということがわかる。さらに、図 1 に示す単位応答関数を 2s 左にずらし、同様の検討を行った。ずらした応答関数と推定した濃度真値の結果を図 14 に示す。図 14 より、図 13 では時間の経過と共に値が大きくなるように振動していたものが、逆に収束するように振動していることがわかる。

おわりに

本報ではデータの真値推定を目的として、ノイズ除去に関する検討及び推定方法の性質に関する検討、応答関数に関する検討を行った。その結果、ノイズの除去方法としては近似式によるものが有用であると結論付ける。しかしこの手法でも真値推定の精度が高いとは言い難い。本研究では真値推定に行列式を用いたが、この手法では機器の応答関数の逆行列が推定する真値に非常に大きな影響を与えており、改めて機器の応答関数が非常に重要な要因であることが示された。より高精度の真値推定を行うため、今後は真値の推定手法及び機器の応答関数に関してさらなる検討が必要である。

謝辞

本研究は大阪ガス(株)との共同研究によるものであり、種々の便宜を図っていただいた関係者各位に謝意を表します。

参考文献

- 寺本大智、山中俊夫、小林知広、袁継輝：ガス濃度測定機器の応答性を考慮した濃度真値の推定方法に関する研究、空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集、2019.09
- 大崎順彦 著：地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会